

«Շիրակացու ճեմարան»
միջազգային գիտակրթական համալիր
ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՆՐԱԿՐԹԱԿԱՆ ԲԱՑ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ
2025-2026
Մաթեմատիկա (8-րդ դասարան)



Ազգանուն Անուն Հայրանուն _____

Դպրոց _____

Դասարան _____ Խումբ _____



Մաթեմատիկան թագուհին է բոլոր գիտությունների...

Կ. Գաուս

Մաղթում ենք հաջողություն:

1. Հայտնի է, որ \overline{aba} թիվը բաժանվում է 13-ի: Բաժանվո՞ւմ է արդյոք 13-ի \overline{bab} թիվը: Պատասխանը հիմնավորել: Քանի՞ այդպիսի եռանիշ թիվ կա: (4 միավոր)

Լուծում: Առաջին եղանակ: Դիտարկենք այդ թվերի տարբերությունը՝
 $\overline{bab} - \overline{aba} = 100b + 10a + b - (100a + 10b + a) = 91b - 91a = 91(b - a) = 13 \cdot 7(b - a)$:
 Արդյունքում ստացված թիվը բաժանվում է 13-ի: Ուրեմն \overline{bab} թիվը նույնպես կբաժանվի 13-ի:

Երկրորդ եղանակ: \overline{aba} և \overline{bab} թվերը կցագրելով՝ կստանանք մի վեցանիշ թիվ, որը կարող ենք ներկայացնել՝ $\overline{ababab} = \overline{ab} \cdot 10101 = 13 \cdot 777 \cdot \overline{ab}$: Ստացվեց, որ վեցանիշ թիվը բաժանվում է 13-ի: Սա նշանակում է, որ $\overline{bab} = \overline{ababab} - \overline{aba} \cdot 1000$ -ն բաժանվում է 13-ի: Խնդրի պայմանին բավարարող թվերն են, օրինակ՝ 676 և 767-ը:

Այժմ հաշվենք այդպիսի թվերի քանակը: Քանի, որ և՛ \overline{aba} , և՛ \overline{bab} թվերը բաժանվում են 13-ի, ուրեմն $\overline{aba} + \overline{bab} = 111(a + b) : 13 \Rightarrow (a + b) : 13$: Այդ թվերն են 494, 949, 585, 858, 676, 767:

Պատասխան՝ Այո բաժանվում է, կա այդպիսի 6 թիվ:

2. 1-ից 9-ը թվանշանները օգտագործելով մեկական անգամ՝ կազմել են երեք եռանիշ թվեր, որոնց գումարը հավասար է 1665: Այդ թվերի առաջին և վերջին թվանշանների տեղերը փոխեցին և կրկին գումարեցին: Ի՞նչ թիվ ստացվեց: Պատասխանը հիմնավորել: (4 միավոր)

Լուծում: Ոչ գրոյական իրարից տարբեր թվանշանների գումարը մեծ է 5-ից և փոքր 25-ից: Քանի որ երեք սկզբնական թվերի գումարը վերջանում է 5-ով, միավորների թվանշանների գումարը կարող է հավասար լինել միայն 15-ի: Այդ դեպքում տասնավորների թվանշանների գումարը նույնպես վերջանում է 5-ով, ուստի այն նույնպես հավասար է 15-ի: Նույն ձևով հարյուրավորների



MEMBER

թվանշանների գումարը նույնպես հավասար է 15-ի: Հետևաբար, խնդրի մեջ նշված թվանշանների տեղափոխությունը չի փոխում ստացված թվերի գումարը: Օրինակ՝ $187 + 932 + 546 = 1665 = 781 + 239 + 645$:

Պատասխան՝ 1665:

3. Ճարտարապետը նախագծեց մի բազմաբնակարան շենք: Շենքի համար հատկացված տարածքը չափազանց փոքր լինելու պատճառով նա երկուսով կրճատեց մուտքերի քանակը և ավելացրեց ևս երեք հարկ: Պարզվեց, որ նոր նախագծով շենքն ուներ ավելի շատ բնակարաններ, քան սկզբնականը: Այնուհետև ճարտարապետը ցանկացավ հեռացնել ևս երկու մուտք և ավելացնել ևս երեք հարկ: Կարո՞ղ է այս փոփոխությունից հետո շենքն ունենա ավելի քիչ բնակարաններ քան սկզբնական նախագծման ընթացքում: Պատասխանը հիմնավորել և բերել օրինակ: (4 միավոր)

Լուծում: Քանի որ շենքի մեկ հարկում բնակարանների քանակը չի փոխվել, հարմարության համար կարող ենք ենթադրել, որ մեկ հարկում կա մեկ բնակարան, և դրանից պատասխանը չի փոխվի: Ենթադրենք, որ սկզբնական նախագծում կա x մուտք և y հարկ, այդ դեպքում բնակարանների քանակը xy է: Նախագծի առաջին փոփոխությունից հետո բնակարանների քանակը դարձավ $(x - 2)(y + 3) > xy \Rightarrow 3x - 2y > 6$: Եթե կատարենք ևս մեկ փոփոխություն, բնակարանների քանակը կդառնա $(x - 4)(y + 6)$: Ենթադրենք, որ այն փոքր է սկզբնականից, այսինքն՝ $(x - 4)(y + 6) < xy \Rightarrow 6x - 4y < 24 \Rightarrow 3x - 2y < 12$: Այսպիսով՝ $6 < 3x - 2y < 12$: Օրինակ՝ $x = 7, y = 6$ -ը բավարարում են այս անհավասարությանը: Կան նաև այլ օրինակներ:

Պատասխան՝ կարող է:

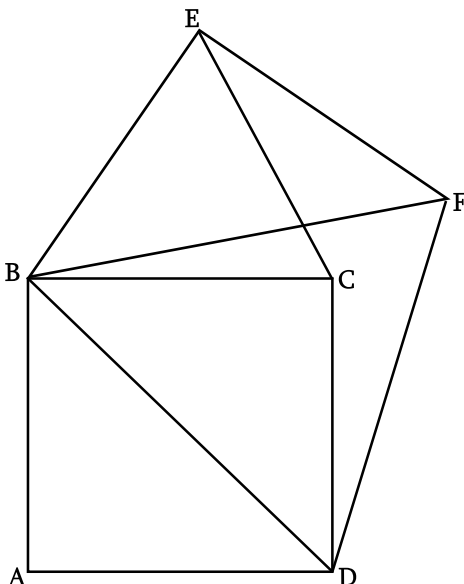
4. Հաշվել արտահայտության արժեքը. $\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 2024 \cdot 2025 + 2025 \cdot 2026}{1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2025^2}$: (4 միավոր)

Լուծում: $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 2024 \cdot 2025 + 2025 \cdot 2026 = (0 \cdot 1 + 1 \cdot 2) + (2 \cdot 3 + 3 \cdot 4) + (4 \cdot 5 + 5 \cdot 6) + \dots + (2024 \cdot 2025 + 2025 \cdot 2026) = 1 \cdot (0 + 2) + 3 \cdot (2 + 4) + 5 \cdot (4 + 6) + \dots + 2025 \cdot (2024 + 2026) = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 6 + 5 \cdot 10 + \dots + 2025 \cdot 4050 = 1 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 2 + 5 \cdot 5 \cdot 2 + \dots + 2025 \cdot 2025 \cdot 2 = 2 \cdot (1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2025^2)$:

Այսպիսով՝ $\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 2024 \cdot 2025 + 2025 \cdot 2026}{1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2025^2} = \frac{2 \cdot (1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2025^2)}{1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2025^2} = 2$:

Պատասխան՝ 2:

5. $ABCD$ քառակուսի BC կողմի և BD անկյունագծի վրա կառուցված են համապատասխանաբար BEC և BFD հավասարակողմ եռանկյունները, այնպես որ երկուսն էլ գտնվում են BD ուղղի միևնույն կողմում: Գտնել FE հատվածի երկարությունը, եթե քառակուսու կողմը հավասար է 10 սմ-ի: (4 միավոր)



Լուծում: Դիտարկենք $\triangle BEF$ -ն ու $\triangle BCD$ -ն: $BE = BC$, $BD = BF$, $\angle EBC = \angle DBC = 60^\circ - \angle FBC$: Ստացվեց, որ $\triangle BEF = \triangle BCD \Rightarrow \triangle BEF$ -ը ուղղանկյուն հավասարաբարուն եռանկյուն է, այսինքն $CD = EF = 10$ սմ:

Պատասխան՝ 10 սմ: