

ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՆՐԱԿՐԹԱԿԱՆ ԲԱՑ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ
2024-2025
Մաթեմատիկա (8-րդ դասարան)

Անուն Ազգանուն _____

Դպրոց _____

Դասարան _____ Խումբ _____



Մաթեմատիկան թագուհին է բոլոր գիտությունների...

Կ. Գառու

Մաղթում ենք հաջողություն:

1. Համեմատել $2025^{2025} + 2024^{2024}$ -ը $2025^{2024} + 2024^{2025}$ -ի հետ: (4 միավոր)

Լուծում:

$$\begin{aligned} 2025^{2025} + 2024^{2024} * 2025^{2024} + 2024^{2025} &\Rightarrow 2025^{2025} - 2025^{2024} * \\ 2024^{2025} - 2024^{2024} &\Rightarrow 2025^{2024} \cdot (2025 - 1) * 2024^{2024} \cdot (2024 - 1) \Rightarrow \\ 2025^{2024} \cdot 2024 * 2024^{2024} \cdot 2023 &\Rightarrow 2025^{2024} \cdot 2024 > 2024^{2024} \cdot 2023, \\ \text{քանի որ } 2025 > 2024 \text{ և } 2024 > 2023: \end{aligned}$$

$$\text{Պատասխան՝ } 2025^{2025} + 2024^{2024} > 2025^{2024} + 2024^{2025}.$$

2. Ներկայացնել եռանդամի քառակուսու տեսքով. $x(x+1)(x+2)(x+3) + 1$: (4 միավոր)

Լուծում:

$$\begin{aligned} x(x+1)(x+2)(x+3) + 1 &= (x(x+3))((x+1)(x+2)) + 1 = \\ &= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1 = (x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) + 1 = \\ &= (x^2 + 3x + 1)^2: \end{aligned}$$

$$\text{Պատասխան՝ } (x^2 + 3x + 1)^2:$$

3. Երեք ընկերներ գնեցին գրիչներ, մատիտներ և տետրեր: Առաջինը գնեց 3 գրիչ, 4 մատիտ և 2 տետր, երկրորդը՝ 4 գրիչ, 2 մատիտ և 3 տետր, երրորդը՝ 3 գրիչ, 3 մատիտ և 4 տետր: Բոլորը միասին վճարեցին 116 դոլար: Գտնել, թե յուրաքանչյուրը որքան գումար վճարեց իր գնումների համար, եթե հայտնի է, որ տետրը մատիտից թանկ է: Բոլորն ունեն տարբեր արժեքներ, և դրանք արտահայտվում են բնական թվերով: (4 միավոր)

Լուծում:

3 գրիչ + 4 մատիտ + 2 տետր + 4 գրիչ + 2 մատիտ + 3 տետր + 3 գրիչ + 3 մատիտ + 4 տետր = 116\$ $\Rightarrow$ 10 գրիչ + 9 մատիտ + 9 տետր = 116\$ $\Rightarrow$ 1 գրիչ + 9 գրիչ + 9 մատիտ + 9 տետր = 116\$ $\Rightarrow$ 1 գրիչ + 9 · (1 գրիչ + 1 մատիտ + 1 տետր) = 116\$ $\Rightarrow$ 8 + 9 · 12 = 116, որը խնդրի պայմաններին բավարարող միակն է: Այսպիսով գրիչն արժե 8 \$, 1 գրիչը, 1 մատիտը և 1 տետրը միասին 12 \$, ուրեմն մատիտն ու տետրը միասին 4 \$:

4 = 1 + 3 = 2 + 2 = 3 + 1, սակայն բոլորն ունեն տարբեր արժեքներ և տետրը մատիտից թանկ է, ուրեմն տետրն արժե 3 \$, իսկ մատիտը՝ 1 \$: Այսպիսով առաջինը վճարեց՝ 3 · 8 + 4 · 1 + 2 · 3 = 34 \$, երկրորդը՝ 4 · 8 + 2 · 1 + 3 · 3 = 43 \$ և երրորդը՝ 116 – (34 + 43) = 39 \$:

Պատասխան՝ 34 \$, 43 \$, 39 \$:

4. Հայտնի է, որ $a + b + c = 10$ և $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} = \frac{7}{10}$: Գտնել $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$ արտահայտության արժեքը: (4 միավոր)

Լուծում: Քանի, որ $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} = \frac{7}{10}$, ուրեմն հավասարության երկու կողմերը բազմապատկելով համապատասխանաբար a , b , c -ով կստանանք.

$$\frac{a}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{a}{a+c} = \frac{7}{10}a$$

$$\frac{b}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{b}{a+c} = \frac{7}{10}b$$

$$\frac{c}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{c}{a+c} = \frac{7}{10}c$$

Գումարենք ստացված հավասարությունները.

$$\frac{a}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{a}{a+c} + \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{c}{a+c} = \frac{7}{10}a + \frac{7}{10}b + \frac{7}{10}c$$

Ընտրենք զույգեր և հիշենք, որ $a + b + c = 10$:

$$\frac{a}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{a}{a+c} + \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{c}{a+c} = \frac{7}{10}(a+b+c)$$

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{b+c} + \frac{a}{a+c} + \frac{c}{a+c} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = \frac{7}{10} \cdot 10$$

$$1 + 1 + 1 + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = 7$$

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = 7 - 3 = 4$$

Պատասխան՝ 4:

5. A ուղիղ անկյունով ABC ուղղանկյուն եռանկյան B անկյունը 30° է: K կետը գտնվում է AC կողմի վրա, իսկ L և M կետերը՝ BC -ի, այնպես, որ $KL = KM$ (L կետը ընկած է BM հատվածի վրա): Գտնել LM հատվածի երկարությունը, եթե հայտնի է, որ $AK = 4$, $BL = 31$, $MC = 3$: (4 միավոր)

Լուծում: K կետից տանենք ուղղահայաց CB

ներքնաձիգին: Քանի, որ $\triangle MKL$ -ը

հավասարասրուն է, ապա $MH = HL = x \Rightarrow$

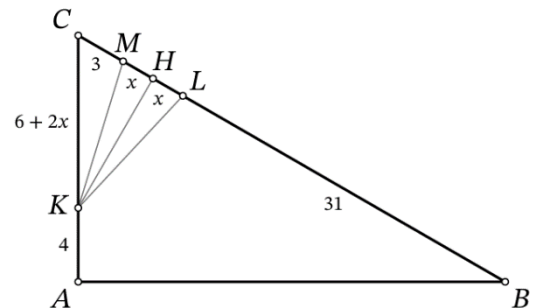
$CH = 3 + x$: $\triangle CKH$ -ից $CK = 2 \cdot (3 + x)$, որպես

30° -ի սուր անկյուն ունեցող ուղղանկյուն

եռանկյան ներքնաձիգ: Այսպիսով

$$AC = 10 + 2x \Rightarrow BC = 2 \cdot (10 + 2x), \text{ սակայն } BC = 34 + 2x:$$

$$\text{Ստացվեց՝ } 2 \cdot (10 + 2x) = 34 + 2x \Rightarrow x = 7 \Rightarrow LM = 14:$$



Պատասխան՝ 14: