



ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՆՐԱԿՐԹԱԿԱՆ ԲԱՅ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ  
2023-2024

Մաթեմատիկա (7-րդ դասարան)

1. Ապացուցի՛ր, որ եթե ցանկացած բնական թվին կցագրենք նույն թվանշաններով, բայց հակառակ կարգով գրված թիվը, ապա ստացված թիվը կլինի բաղադրյալ: (4 միավոր)

**Լուծում:** Նախ ստուգենք միանիշի, երկնիշի, եռանիշի, քառանիշի դեպքում և ընդհանրացնենք:

$$\overline{aa} = 11a : 11, \text{ բացի } a = 1\text{-ից, } \overline{abba} = 1001a + 110b = 11 \cdot (91a + 10b) : 11,$$

$$\overline{abccb} = 10001a + 10010b + 1100c = 11 \cdot (9091a + 910b + 100c) : 11,$$

$$\overline{abcdcdba} = 1000001a + 1000010b + 100100c + 11000d = 11 \cdot (909091a + 90910b + 9100c + 1000d) : 11$$

Այսպիսով՝ քանի որ  $1 \underbrace{0000 \dots 0}_{2n \text{ հաս}} 1 = 10^{2n+1} + 1$  բաժանվում է 11-ի, ուրեմն ցանկացած բնական թվին կցագրելով նույն թվանշաններով, բայց հակառակ կարգով գրված թիվը, կստացվի 11-ին պատիկ թիվ, որն էլ բաղադրյալ է:

**Պատասխան՝** ապացուցված է:

2. Տասանիշ թիվը գրառված է տասը տարբեր թվանշաններով: Թվանշանը կոչվում է «լավ», եթե այն հավասար է իր երկու հարևան թվանշանների գումարին (ձախ և աջ): Ո՞րն է «լավ» թվանշանների ամենամեծ քանակը, որ կարող է պարունակել այդպիսի տասանիշ թիվը: Բե՛ր օրինակներ: (4 միավոր)

**Լուծում:** Խնդրի պայմաններից հետևում է, որ «լավ» թվանշանները չեն կարող լինել եզրայինները, այսինքն՝ առաջինն ու վերջինը: Բացի այդ, «լավ» թվանշանների հարևանները չեն կարող լինել «լավ» թվանշան, քանի որ «լավ» թվանշանը պետք է մեծ լինի իր հարևանից (զրոն չի կարող լինել «լավ» թվանշանի կողքին, հակառակ դեպքում «լավ» թվանշանը հավասար կլինի մյուս հարևանին, սակայն ըստ պայմանի՝ բոլոր թվանշանները տարբեր են): Այսպիսով՝ թիվը կարող է պարունակել ոչ ավելի, քան չորս «լավ» թվանշան:

Օրինակ՝ 1439682750 («լավ» թվանշանները գրված են մուգ):

Օրինակը գրելիս պետք է հաշվի առնել, որ զրոն պետք է լինի թվի գրառման մեջ վերջին թվանշանը, 1 և 2 թվանշանները չեն կարող լինել «լավ», բայց 8-ը և 9-ը՝ պետք է լինեն «լավ» թվանշաններ:

Այսպիսով՝ կան միայն վեց թվեր, որոնք բաղկացած են տարբեր թվանշաններից՝ չորս «լավ» թվանշաններով՝ 1439682750 և 5728693410; 1547396820 և 2869374510; 7813264950 և 5946231870:

**Պատասխան՝** 1439682750 և 5728693410; 1547396820 և 2869374510; 7813264950 և 5946231870:

3. Լուծի՛ր հավասարումը.

$$1 - \left( 2 - \left( 3 - \left( 4 - \left( \dots \left( 2022 - \left( 2023 - \left( 2024 - x \right) \dots \right) \right) \right) \right) \right) \right) = 2023 \quad (4 \text{ միավոր})$$

**Լուծում:** Նկատենք, որ բոլոր փակագծերի բացելուց հետո զույգ թվերի դիմաց լինում են մինուսներ, իսկ կենտերի դիմաց պլուս:

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2021 - 2022 + 2023 - 2024 + x = 2023$$

$$(1 - 2) + (3 - 4) + \dots + (2021 - 2022) + (2023 - 2024) + x = 2023$$

$$\underbrace{-1 - 1 - \dots - 1 - 1}_{1012 \text{ անգամ}} + x = 2023$$

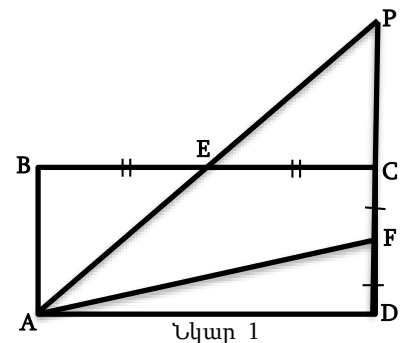
$$-1012 + x = 2023$$

$$x = 3035$$

**Պատասխան՝ 3035:**

4.  $ABCD$  ուղղանկյան  $A$  գագաթը միացված է  $BC$  և  $CD$  կողմերի միջնակետերին: Կարող է առաջացած հատվածներից մեկը մյուսից երկու անգամ երկար լինել: Պատասխանող հիմնավորի՛ր: (4 միավոր)

**Լուծում:** Ենթադրենք  $AF$ -ը  $AE$ -ից երկու անգամ երկար է: Կատարենք օժանդակ կառուցում՝  $AE$ -ն շարունակենք ինքն իր չափով.  $EP = AE$  (տես նկար 1-ը): Դիտարկենք  $\triangle ABE$ -ն և  $\triangle EPC$ -ն: Քանի որ  $\angle AEB = \angle PEC$ -ին, որպես հակադիր անկյուններ,  $BE = EC$ ,  $AE = EP$ , ապա  $\triangle ABE = \triangle EPC$ , ըստ եռանկյունների հավասարության առաջին հայտանիշի: Եռանկյունների հավասարությունից հետևում է, որ  $\angle C = \angle B = 90^\circ$ , ուրեմն  $P, C, F, D$  կետերը պատկանում են մի ուղղի: Եթե  $AF = 2 \cdot AE = AP$ , ուրեմն  $\triangle APF$ -ը հավասարաբարուն է, այսինքն  $\angle P = \angle AFP$ : Սակայն  $\angle F = \angle D + \angle FAD = 90^\circ + \angle FAD > 90^\circ$ : Ստացվեց, որ  $\triangle APF$ -ն ունի երկու բութ անկյուն, որը հնարավոր չէ: Ուրեմն  $AF$ -ը  $AE$ -ից երկու անգամ երկար լինել չի կարող:



**Պատասխան՝ ապացուցված է:**

5. Քաղաքն ունի 2024 բնակիչ, որոնցից յուրաքանչյուրը կա՛մ ճշմարտախոս է, կա՛մ ստախոս: Մի օր քաղաքի բոլոր բնակիչները բաժանվեցին զույգերի, և բոլորն ասացին. «Նա ճշմարտախոս է» կամ «Նա ստախոս է» արտահայտությունը իր զույգի մասին: Պարզվեց, որ երկու արտահայտություններն էլ հավասարապես են ասվել: Ո՞րն է ստախոսների ամենափոքր քանակը, որոնք կարող են ապրել քաղաքում: (4 միավոր)

**Լուծում:** Նկատենք, որ «Նա ճշմարտախոս է» արտահայտությունը միայն նույն տիպի մարդիկ կարող էին ասել միմյանց մասին և «Նա ստախոս է» արտահայտությունը՝ տարբեր տիպի մարդիկ: Սա նշանակում է, որ յուրաքանչյուր զույգում երկու բնակիչներն էլ նույն արտահայտություններն են ասել: Քանի որ երկու արտահայտություններն էլ հավասարապես են ասվել, ուրեմն հնչել է 1012 անգամ «Նա ստախոս է» արտահայտությունը, որտեղ 506-ը ստախոս են և 506-ը ճշմարտախոս: Ուրեմն քաղաքում կա առնվազն 506 ստախոս: Ստախոսների ամենափոքր քանակը 506 է:

**Պատասխան՝ 506:**