



ԲԱՑ
ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՆՐԱԿՐԹԱԿԱՆ ԲԱՑ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ 2023-2024

Մաթեմատիկա (8-րդ դասարան)

Անուն Ազգանուն _____

Դպրոց _____

Դասարան _____ Խումբ _____

Մաթեմատիկան թագուհին է բոլոր գիտությունների...

Կ. Գաուս

Մաղթում ենք հաջողություն:

1. Գոյություն ունի՞ եռանկյուն, որի երեք անկյունների աստիճանային չափերը պարզ թվեր են: Եթե այո, ապա բե՛ր օրինակներ: (4 միավոր)

Լուծում: Քանի որ եռանկյան անկյունների գումարը 180° է, ուրեմն երեք անկյունների աստիճանային չափերը արտահայտող թվերը չեն կարող միաժամանակ լինել կենտ թվեր: Ստացվեց, որ անկյուններից մեկը 2° է: Մնաց գտնել մյուս երկու անկյունները, որոնց աստիճանային չափերը պետք է լինեն պարզ թվեր և գումարը հավասար լինի 178-ի: Օրինակ՝ $178 = 5 + 173 = 11 + 167 = 29 + 149 = 41 + 137 = 47 + 131 = 71 + 107 = 89 + 89$:

Պատասխան՝ Այո, գոյություն ունի, օրինակ՝ $2^\circ, 11^\circ, 167^\circ$:

2. Ո՞ր թվի խորանարդն է $2022 \cdot 2024^3 - 2023 \cdot 2021^3$: (4 միավոր)

Լուծում: Գործողությունների ընթացքը հեշտ գրառելու համար կատարենք տառային անցում՝ $a = 2021$, թվային արտահայտությունը կստանա հետևյալ տառային տեսքը.

$$(a + 1)(a + 3)^3 - (a + 2)a^3:$$

$$\begin{aligned} \text{Պարզեցնենք. } (a + 1)(a + 3)^3 - (a + 2)a^3 &= (a + 1)(a^3 + 9a^2 + 27a + 27) - (a + 2)a^3 = \\ &= a^4 + 9a^3 + 27a^2 + 27a + a^3 + 9a^2 + 27a + 27 - a^4 - 2a^3 = 8a^3 + 36a^2 + 54a + 27 = \\ &= (2a + 3)^3: \text{ Այսպիսով՝ } 2022 \cdot 2024^3 - 2023 \cdot 2021^3 = (2 \cdot 2021 + 3)^3 = 4045^3: \end{aligned}$$

Պատասխան՝ 4045:

3. Քանի՞ բացասական արմատ ունի $x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 7x + 4 = 0$ հավասարումը: (4 միավոր)

Լուծում: Հավասարումը ձևափոխենք:

$$x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 7x + 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^2 + 4 - 7x - 5x^3 = 0$$

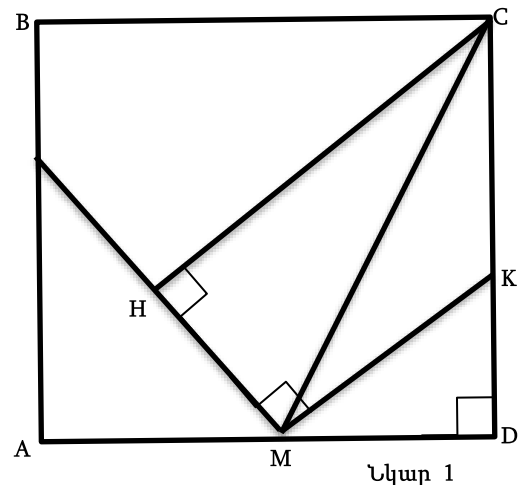
$$(x^2 - 2)^2 = 7x + 5x^3$$

Քանի որ հավասարման ձախ մասը x -ի ցանկացած արժեքի դեպքում ոչ բացասական է, իսկ աջ մասը՝ բացասական x -երի դեպքում, բացասական և ոչ բացասական թիվը չի կարող հավասար լինել բացասականին, ուրեմն հավասարումը բացասական արմատներ ունենալ չի կարող:

Պատասխան՝ 0:

4. $ABCD$ քառակուսու CD և AD կողմերի վրա K և M կետերը նշված են այնպես, որ $MK = CK$: M կետով անցնող MK ուղղին կանգնեցրած ուղղահայացը հատում է AB -ն N կետում: Ապացուցի՛ր, որ C կետի հեռավորությունը MN ուղիղից հավասար է քառակուսու կողմին: (4 միավոր)

Լուծում: Քանի որ $CH \perp MH$, $MK \perp MH$, ուրեմն $CH \parallel MK$: $\angle HCM = \angle CMK$, որպես խաչադիր անկյուններ: Ըստ խնդրի պայմանի՝ $CK = KM$, ուրեմն CKM եռանկյունը հավասարասրուն է և CM հիմքին առնթրեք անկյունները հավասար են՝ $\angle KCM = \angle CMK$: Այսպիսով՝ $\angle HCM = \angle CMK = \angle KCM$: Դիտարկենք $\triangle CHM$ -ը և $\triangle CDM$ -ը: $\angle H = \angle D = 90^\circ$, $\angle HCM = \angle DCM$ և CM -ը ընդհանուր է, ուրեմն $\triangle CHM = \triangle CDM$ ըստ ներքնաձիգի և սուր անկյան: Եռանկյունների հավասարությունից հետևում է համապատասխան էջերի հավասարությունը՝ $CH = CD$:



Պատասխան՝ ապացուցված է:

5. Քաղաքն ունի 2024 բնակիչ, որոնցից յուրաքանչյուրը կա՛մ ճշմարտախոս է, կա՛մ ստախոս: Մի օր քաղաքի բոլոր բնակիչները բաժանվեցին զույգերի, և բոլորն ասացին. «Նա ճշմարտախոս է» կամ «Նա ստախոս է» արտահայտությունը իր զույգի մասին: Պարզվեց, որ երկու արտահայտություններն էլ հավասարապես են ասվել: Ո՞րն է ճշմարտախոսների ամենամեծ քանակը, որոնք կարող են ապրել քաղաքում: (4 միավոր)

Լուծում: Նկատենք, որ «Նա ճշմարտախոս է» արտահայտությունը միայն նույն տիպի մարդիկ կարող էին ասել միմյանց մասին, և «Նա ստախոս է» արտահայտությունը՝ տարբեր տիպի մարդիկ: Սա նշանակում է, որ յուրաքանչյուր զույգում երկու բնակիչներն էլ նույն արտահայտություններն են ասել: Քանի որ երկու արտահայտություններն էլ հավասարապես են ասվել, ուրեմն հնչել է 1012 անգամ «Նա ստախոս է» արտահայտությունը, որտեղ 506-ը ստախոս են և 506-ը ճշմարտախոս: Ուրեմն քաղաքում կա առնվազն 506 ստախոս: Ստախոսների ամենափոքր քանակը 506 է, իսկ ճշմարտախոսների ամենամեծ քանակը կլինի 1518:

Պատասխան՝ 1518: