



ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՆՐԱԿՐԹԱԿԱՆ ԲԱՑ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ  
2022-2023

Մաթեմատիկա (8-րդ դասարան)

Անուն Ազգանուն \_\_\_\_\_

Դպրոց \_\_\_\_\_

Դասարան \_\_\_\_\_ Խումբ \_\_\_\_\_

Մաթեմատիկան թագուհին է բոլոր գիտությունների...

Կ. Գառու

Մաղթում ենք հաջողություն:

1. (4 միավոր) Համեմատել  $\sqrt{2022} + \sqrt{2024} - 2$  և  $2\sqrt{2023} - 2$  (հաշվիչից չօգտվել):

**Լուծում:**  $\sqrt{2022} + \sqrt{2024} * 2\sqrt{2023} \Rightarrow \sqrt{2024} - \sqrt{2023} * \sqrt{2023} - \sqrt{2022} \Rightarrow$   
$$\frac{(\sqrt{2024} - \sqrt{2023})(\sqrt{2024} + \sqrt{2023})}{\sqrt{2024} + \sqrt{2023}} * \frac{(\sqrt{2023} - \sqrt{2022})(\sqrt{2023} + \sqrt{2022})}{\sqrt{2023} + \sqrt{2022}}$$
$$\frac{1}{\sqrt{2024} + \sqrt{2023}} * \frac{1}{\sqrt{2023} + \sqrt{2022}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2024} + \sqrt{2023}} < \frac{1}{\sqrt{2023} + \sqrt{2022}}$$

քանի որ  $\sqrt{2024} + \sqrt{2023} > \sqrt{2023} + \sqrt{2022}$ , այսպիսով  $\sqrt{2022} + \sqrt{2024} < 2\sqrt{2023}$

Պատասխան՝  $\sqrt{2022} + \sqrt{2024} < 2\sqrt{2023}$ :

2. (4 միավոր) Հայտնի է, որ  $\frac{a}{b+c-a} = \frac{b}{a+c-b} = \frac{c}{a+b-c}$ : Գտնել  $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$  արտահայտության հնարավոր արժեքները:

**Լուծում:**  $\frac{a}{b+c-a} = \frac{b}{a+c-b} \Rightarrow a(a+c-b) = b(b+c-a) \Rightarrow a^2 + ac - ab = b^2 + bc - ab \Rightarrow$   
 $a^2 + ac - b^2 - bc = 0 \Rightarrow (a-b)(a+b) + c(a-b) = 0 \Rightarrow (a-b)(a+b+c) = 0:$

Նույն ձևով  $(b-c)(a+b+c) = 0$  և  $(a-c)(a+b+c) = 0:$

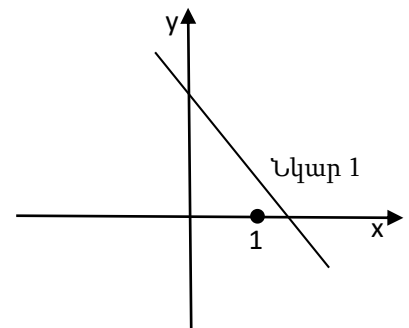
Այսպիսով, եթե  $a+b+c = 0$ , ապա  $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} = \frac{-c \cdot (-a) \cdot (-b)}{abc} = -1$ , իսկ եթե  $a-b = 0$ ,  $b-c = 0$

և  $a-c = 0$ , այսինքն  $a = b = c$ , ապա  $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} = \frac{2a \cdot 2b \cdot 2c}{abc} = 8:$

Պատասխան՝ -1 կամ 8:

3. (4 միավոր) Օգտվելով նկար 1-ում պատկերված  $y = kx + b$  գծային ֆունկցիայի գրաֆիկից՝ համեմատել  $|k|$ -ն  $|b|$ -ի հետ:

**Լուծում:** Քանի որ աբսցիսների առանցքի հետ ֆունկցիայի գրաֆիկի հատման կետը 1-ից աջ է, ուրեմն՝  $-\frac{b}{k} > 1$ ,  $b > 0$ , օրդինատների առանցքի հետ հատվում է դրական



կոորդինատով կետում,  $k < 0$ , քանի որ աբցիսների առանցքի դրական ուղղության հետ կազմում է բութ անկյուն:

$$-\frac{b}{k} > 1 \Rightarrow -b < k \Rightarrow b > -k > 0 \Rightarrow |b| > |k|$$

Պատասխան՝  $|b| > |k|$ :

4. (4 միավոր) Գտնել այն ամենափոքր  $A$  բնական թիվը, որ  $A \cdot 2022 \cdot 2023 + 9$ -ը լինի բնական թվի քառակուսի:

**Լուծում:**  $A \cdot 2022 \cdot 2023 + 9 = n^2 \Rightarrow A \cdot 2022 \cdot 2023 = n^2 - 9 \Rightarrow A \cdot 2022 \cdot 2023 = (n - 3)(n + 3)$ :

Քանի որ  $(n - 3)$  և  $(n + 3)$ -ի տարբերությունը 6 է, իսկ 2022-ի և 2023-ինը 1: Որպեսզի տարբերությունը դառնա 6 երկու թվերն էլ մեծացնենք 6 անգամ՝  $A = 6 \cdot 6 = 36$ :

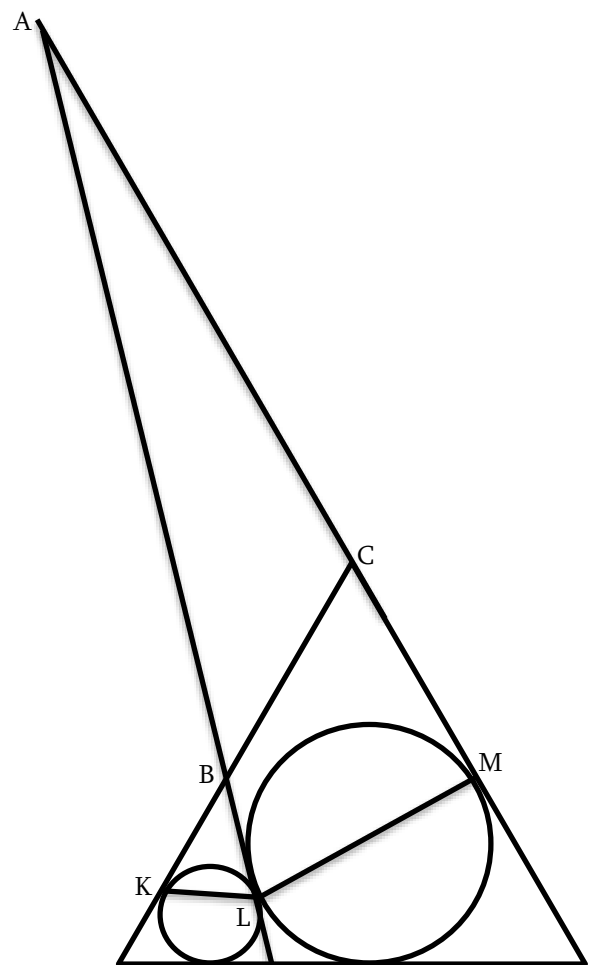
$36 \cdot 2022 \cdot 2023 + 9 = 147258225 = 12135^2$ :

Պատասխան՝ 36:

5. (4 միավոր) Հավասարակողմ եռանկյանը ներգծված են երկու իրար շոշափող շրջանագծեր (տես նկար 2-ը): Գտնել  $\angle KLM$ -ը, որտեղ  $K$ ,  $L$  և  $M$  կետերը շոշափման կետերն են:

**Լուծում:**  $L$  կետով տանենք շրջանագծերի ընդհանուր  $AB$  շոշափողը:  $\triangle KBL$ -ը և  $\triangle LAM$ -ը հավասարասրուն են, քանի որ շրջանագծին մի կետից տարված շոշափողները հավասար են, ուրեմն  $\angle BKL = \angle BLM = \alpha$ ,  $\angle ALM = \angle AML = \beta$ :  $\triangle ABC$ -ի արտաքին անկյուններն են՝  $2\alpha$ ,  $2\beta$  և  $60^\circ$ :  $2\alpha + 2\beta + 60^\circ = 360^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 150^\circ \Rightarrow \angle KLM = 150^\circ$ :

Պատասխան՝  $150^\circ$ :



Նկար 2